

Prof. Dr. Alfred Toth

Addition und Subtraktion von Subzeichen in der semiotischen Abbildungsmatrix

1. Die von Bense (1975, S. 37) eingeführte semiotische Matrix, die auf der Abbildung von Peircezahlen der Form

$f: x. \rightarrow .y$

mit $x, y \in (1, 2, 3)$ basiert (wobei $x = y$ sein kann), besitzt als Einträge kartesische Produkte, die sog. Subzeichen:

| | .1 | .2 | .3 |
|----|-----|-----|------|
| 1. | 1.1 | 1.2 | 1.3 |
| 2. | 2.1 | 2.2 | 2.3 |
| 3. | 3.1 | 3.2 | 3.3. |

Eine näherliegende Darstellung der Matrix würde jedoch statt der Produkte die Abbildungen verwenden:

| | .1 | .2 | .3 |
|----|-----|-----|------|
| 1. | 1→1 | 1→2 | 1→3 |
| 2. | 2→1 | 2→2 | 2→3 |
| 3. | 3→1 | 3→2 | 3→3. |

Kombiniert man beide Darstellungsweisen in einer Matrix, so erhält man (vgl. Toth 2020)

| | | |
|----------------|----------------|----------------|
| 3.1 3 → 1 | 3.2 3 → 2 | 3.3 3 → 3 |
| 2.1 ↑ 2 → 1 | 2.2 ↑ 2 → 2 | 2.3 ↑ 2 → 3 |
| 1.1 ↑ 1 → 1 | 1.2 ↑ 1 → 2 | 1.3 ↑ 1 → 3 |

2. Addition und Subtraktion von Subzeichen war bisher nur mittels der verbandstheoretischen Operationen Vereinigung V und Durchschnitt D möglich (vgl. Berger 1976), vgl. etwa

$$(3.1, 2.1, 1.1) + (3.1, 2.1, 1.2) = V((3.1, 2.1, 1.1), (3.1, 2.1, 1.2)) = (3.1, 2.1, 1.2)$$

$$(3.1, 2.1, 1.2) - (3.1, 2.1, 1.1) = D((3.1, 2.1, 1.2), (3.1, 2.1, 1.1)) = (3.1, 2.1, 1.1).$$

Für die beiden Grundrechenarten gehen wir im Rahmen der Abbildungsmatrix von den Subzeichen aus. Wir können z.B. die folgenden Additionen und Subtraktionen direkt aus der kombinierten Matrix ablesen.

$$(1.1) + (1 \rightarrow 2) = (2.2)$$

| | | |
|----------------|----------------|----------------|
| 3.1 3 → 1 | 3.2 3 → 2 | 3.3 3 → 3 |
| 2.1 ↑ 2 → 1 | 2.2 ↑ 2 → 2 | 2.3 ↑ 2 → 3 |
| 1.1 ↑ 1 → 1 | 1.2 ↑ 1 → 2 | 1.3 ↑ 1 → 3 |

$$(1.2) + (1 \rightarrow 2) = (2.3)$$

| | | |
|----------------|----------------|----------------|
| 3.1 3 → 1 | 3.2 3 → 2 | 3.3 3 → 3 |
| 2.1 ↑ 2 → 1 | 2.2 ↑ 2 → 2 | 2.3 ↑ 2 → 3 |
| 1.1 ↑ 1 → 1 | 1.2 ↑ 1 → 2 | 1.3 ↑ 1 → 3 |

The diagram shows a 3x3 grid of nodes. The nodes are labeled as follows:

- Row 1: (3.1) 3 → 1, (3.2) 3 → 2, (3.3) 3 → 3
- Row 2: (2.1) 2 → 1, (2.2) 2 → 2, (2.3) 2 → 3
- Row 3: (1.1) 1 → 1, (1.2) 1 → 2, (1.3) 1 → 3

 Red arrows indicate a path starting from node (1.2), moving horizontally to the right to node (1.3), then vertically upwards to node (2.3).

$$(1.3) - (2 \rightarrow 2) = (2.2)$$

| | | |
|----------------|----------------|----------------|
| 3.1 3 → 1 | 3.2 3 → 2 | 3.3 3 → 3 |
| 2.1 ↑ 2 → 1 | 2.2 ↑ 2 → 2 | 2.3 ↑ 2 → 3 |
| 1.1 ↑ 1 → 1 | 1.2 ↑ 1 → 2 | 1.3 ↑ 1 → 3 |

The diagram shows a 3x3 grid of nodes, identical to the one above. Red arrows indicate a path starting from node (1.3), moving horizontally to the left to node (1.2), then vertically upwards to node (2.2).

$$(1.2) - (1 \rightarrow 1) = (2.1)$$

| | | |
|----------------|----------------|----------------|
| 3.1 3 → 1 | 3.2 3 → 2 | 3.3 3 → 3 |
| 2.1 ↑ 2 → 1 | 2.2 ↑ 2 → 2 | 2.3 ↑ 2 → 3 |
| 1.1 ↑ 1 → 1 | 1.2 ↑ 1 → 2 | 1.3 ↑ 1 → 3 |

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Berger, Wolfgang, Zur Algebra der Zeichenklassen. In: Semiosis 4, 1976, S. 20-24

Toth, Alfred, Eine semiotische Abbildungsmatrix. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2020

14.1.2020